

強い揺らぎにおけるビーム波の強度変動解析

Analyzing atmospheric fluctuation of beam wave in strong turbulence.

豊田雅宏 情報通信研究機構

Masahiro Toyoda National institute of information and communication technology

Abstract Beam wave fluctuated by atmospheric turbulence is described. Numerically calculation is conducted for beam wave fluctuation in strong turbulence regime using the thin screen method. Calculated value of second moment of wave amplitude about is almost same as the past conventional results. Calculated results of variation of scintillation index using the thin screen method as a function of turbulence intensity for a beam wave is drastically different from that of using Rytov approximation.

1. はじめに

ランダム媒質中の波動伝搬に関しては、半世紀以上に渡る研究の中で、各種の理論的な検討や様々な状況下での実験検証がなされてきた。それらの中で、波動揺動を摂動として扱った近似解法(Rytov 法)が最も一般的な大気揺らぎの解析法として知られている。Rytov 法は摂動解析に中心極限定理を適用し、光強度の確率密度分布を導いた半経験的な解析法であり、直観的な理解が容易なことに加えて、多くの実験結果の裏付けから支持されてきた。その適用範囲は弱い揺らぎと呼ばれるケースに限定され、摂動解析の範囲を超えた強い揺らぎについては、波動方程式の近似解法、Huygens の原理に基づく方法、エネルギー保存則を用いた手法、あるいは、経験的に作られたモデル、さらに、計算機シミュレーションを組み合わせた方法等が提案されてきた。それらの中で、波動の確率モーメントから揺動の統計量を導く方法(モーメント法)に対し、解析過程の厳密性から、なお高い信頼が寄せられている。しかしながら現状において、ある特殊な場合(媒質揺らぎの最小サイズであるインナースケールよりビーム径が細かい場合)を除いて、強い揺らぎに関する解析理論が確立されてはいない。その最大の理由は、波動の伝搬に伴う多重散乱現象を数式にて表現し、さらに、それを解析的に解くことが困難なためである。これらの、未だ完結を得ていない強い揺らぎの揺動解析について検討を進め理解を深めることは、自然現象の解明のみならず、利用に向けての工学的な側面からも有用と考える。

本稿では、強い揺動を受けたビーム波の強度変動について、強度分散をビーム径の依存性を含めて解析的に調べることを目的とした。波動のモーメント解に対して、揺らぎが生起する領域を薄い層に限定した近似を適用する。この近似により波動モーメント解を導き、さらに、その解に対して数値計算を試みた。強い揺らぎにおけるビーム波の平均強度と強度分散(シンチレーシ

ョンインデックス)を数値積分計算により算出した結果を述べる。

2. 薄層法による波動揺動解析

初めに、方物型の波動方程式を仮定し波動モーメントの満たす方程式を導く。薄層にて揺動が発生するとの近似によりモーメントの表現式を単純化する。そして、モーメント(期待値)を求めるに当り、演算子を導入し、その演算子に対する特性関数を用いて、モーメント解を表す。このとき、直接の関数展開が不可なため、フーリエ積分による Green 関数の重ね合わせを用いる。さらに、デルタ関数の導入し、揺らぎのないときのモーメント解と、揺らぎによる影響を結合させる。以上によって得られた波動強度モーメントに対して数値計算を行い波動強度の平均と分散を求め、さらに、シンチレーションインデックスを算出した。

図 1 にビームと揺らぎ媒質の位置関係を示す。屈折率構造定数 C_n^2 [$m^{-2/3}$] をパラメータとしたときの薄層を伝搬したビーム波の強度分布を図 2 に示す。図 2 の横軸 ρ は受光面上でのビーム光軸からの距離とし、縦軸は送信点でのビーム中央の強度を 1 と規格化した。伝搬路の揺らぎ強度を表す変数

$\eta = 1.46 C_n^2 k^{1/3} (2\pi k z')^{5/6} \Delta z'$ に対する Gauss ビーム波のシンチレーションインデックスを図 3 に示す。

図 3 の結果では、フレネルサイズ $(\lambda z)^{1/2}$ とビーム半径 b の大小関係により曲線の形状が変化し、飽和を与える η の値も遷移している。図 3 の曲線 3.4 以外は η の範囲の制限から飽和点が得られていないが、曲線 1 に示した平面波と見做せる場合と同様に η の極大にて 1 に漸近することが被積分関数形から明らかである。本論では、数値計算時間の制限から、さらに細かいビームの結果は示せなかった。特に、 η が 5 以下では、被積分関数の指数関数項の減衰成分が小さく、振動的な変化により数値積分が収束し難くなる。

ビーム半径 b が $(\lambda z/2\pi)^{1/2}$ の場合の Rytov 法による薄

層伝搬時のシンチレーションインデックスの算出結果を太線にて図3に書き入れた。Rytov法と薄層法による結果の乖離が η の値とともに広がっており、図3の左端の僅かな範囲にてRytov法が適用可能と言える。参考として η に対する C_n^2 の値を図4に示す。伝搬長は500m, 5km, 50kmの3ケースとし、薄層の厚さは各伝搬長の1%に設定した。図4により、弱い揺動として取り扱う場合、および、強い揺動の場合の C_n^2 が推量できる。

3. おわりに

薄層近似の制限の下、強い揺らぎの場におけるビーム伝搬時の強度分散について、そのビーム径依存性について述べた。フレネルサイズ程度のビーム幅にて伝送した場合に、飽和時の強度分散値が最大となることを数値計算により示した。また、他のビーム径の場合にも強度分散の飽和、および、 η の増加に伴う1への漸近を推認した。フレネルサイズからビームが細くなるに従い、強度分散が低下する傾向を示した。薄層法は地上からのアップリンク等の惑星大気の影響評価に直接に適用できる解析法であり、ここで示した強度分散のビーム径依存性の特性が利用可能と考える。揺らぎ媒質中のビーム伝送では、送信端での揺らぎの影響が最も大きく現れることから、薄層が送信直後にある場合と揺らぎ媒質が伝搬路に満たされている場合とで、図3に示した強度分散のビーム径依存性の傾向に本質的な差はないと考えている。

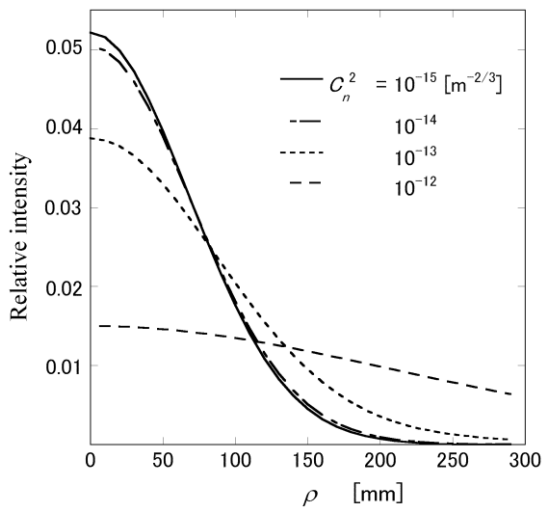


Fig. 2 Calculated intensity distribution of collimated beam wave propagated 5000 m with 5 mm beam waist radius as a function of ρ for several value of C_n^2 [m^{-2/3}] for $\lambda=0.6 \mu\text{m}$, $\Delta z'=50\text{m}$.

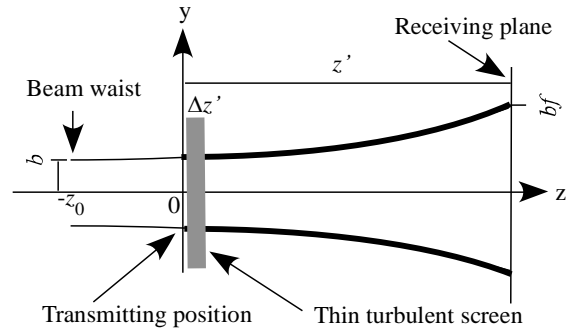


Fig. 1 A sketch of beam wave propagation through a thin turbulent screen.

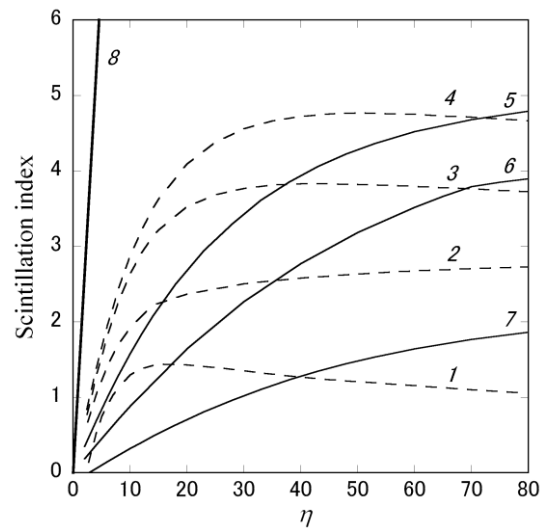


Fig. 3 Calculated scintillation index of collimated beam wave propagated 5000 m as a function of $\eta = 1.46 C_n^2 k^{1/3} (2\pi k z')^{5/6} \Delta z'$ for $\lambda = 0.6 \mu\text{m}$, $\Delta z' = 100\text{m}$. Beam radius b is about 200 times of $(\lambda z / 2\pi)^{1/2}$ for curve 1, and 4, 2, 1, 1/2, 1/3, 1/4 times of $(\lambda z / 2\pi)^{1/2}$ for curves 2 to 7. The bold line no.8 is result using Rytov approximation.

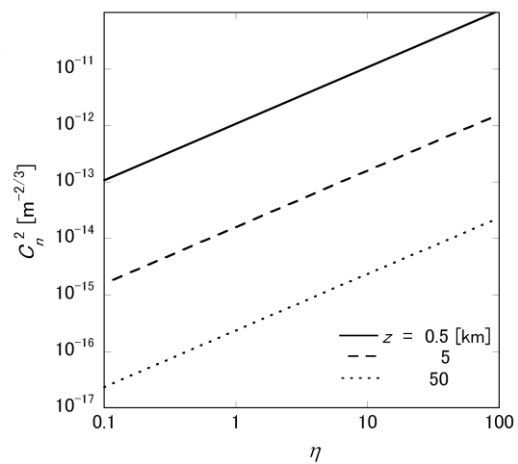


Fig. 4 Relation between refractive index structure constant C_n^2 and $\eta = 1.46 C_n^2 k^{1/3} (2\pi k z')^{5/6} \Delta z'$ when $z = 0.5, 5, 50 \text{ km}$.