

ミューラー・マトリクス分解による 懸濁粒子の特性評価

Mueller matrix decomposition approach for the analysis of turbid media

山岸 進、村山利幸、荒川久幸

S. Yamagishi, T. Murayama and H. Arakawa

東京海洋大学

Tokyo University of Marine Science and Technology

Abstract

We report a data analysis that decompose Mueller matrix into a sequence of a diattenuator, followed by a retarder, then by a depolarizer. This algorithm can decouple the combined effect of linear diattenuation and linear retardance of scattered light from the pure optical rotation swamped by the larger changes of other factors. The validity of this approach was tested that measured plankton has the relatively small rotation of the polarization vector due to the optical activity.

1. はじめに

偏光の散乱計測は生体、微粒子、微細な表面状態等の in-situ 計測手段として注目されている。偏光パラメータは散乱体の形状、濃度、光学活性度等の情報を含んでいるが、後方散乱 Mueller matrix 要素から混在している偏光解消、複減衰、光学活性の効果を分離して分析する事は困難であった。近年、偏光解消の生ずる場合についても適用可能な Polar decomposition 法による解析が報告されている^{1,2,3}。本研究では、この方法を用いてプランクトンの旋光性 (Chirality) 評価を試みた。

2. 理論

入射光と散乱光の関係を $\mathbf{S}' = \mathbf{M}\mathbf{S}$ で表す。 \mathbf{S}, \mathbf{S}' は入射及び散乱光の Stokes-Vector を、 \mathbf{M} は 4 x 4 Mueller matrix を表す。いま、PSG (Polarization state generator) を用いて偏光状態 \mathbf{S} に設定された入射光を散乱体に照射し、PSA (Polarization state Analyzer) を用いて \mathbf{S}' を測定すれば Mueller matrix \mathbf{M} を実験的に求める事ができる⁹。実験的に得られた \mathbf{M} は 3 個の matrix に分解することができる^{1,2}。

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_\Delta \mathbf{M}_R \mathbf{M}_D \dots (1)$$

ここで、 \mathbf{M}_D は複減衰効果 (直交偏光に対する振幅減衰)

\mathbf{M}_R は遅延効果 (直交偏光に対する位相差)、 \mathbf{M}_Δ は偏光解消効果を示す。

\mathbf{M}_D は(2)式で定義され、 \mathbf{M} から求める事ができる。

$$\mathbf{M}_D = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \vec{\mathbf{D}}^T \\ \vec{\mathbf{D}} & m_D \end{pmatrix} \dots (2)$$

ここで、 \mathbf{I} は 3x3 の単位行列、 $\vec{\mathbf{D}} = \frac{1}{m_{00}} [m_{01} + m_{02} + m_{03}]$, $\hat{\mathbf{D}} = \frac{\vec{\mathbf{D}}}{|\vec{\mathbf{D}}|}$,

$$m_D = \sqrt{\mathbf{1} - \mathbf{D}^2 \mathbf{I}} + (\mathbf{1} - \sqrt{\mathbf{1} - \mathbf{D}^2}) \hat{\mathbf{D}} \hat{\mathbf{D}}^T, \mathbf{D} = \frac{1}{m_{00}} \sqrt{m_{01}^2 + m_{02}^2 + m_{03}^2}$$

を示す。また、次の関係から \mathbf{M}' を得る。

$$\mathbf{M}_\Delta \mathbf{M}_R = \mathbf{M}' = \mathbf{M} \mathbf{M}_D^{-1} \dots (3)$$

$$\mathbf{M}_\Delta = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \vec{\mathbf{0}} \\ \vec{\mathbf{P}}_\Delta & m_\Delta \end{pmatrix}, \mathbf{M}_R = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \vec{\mathbf{0}} \\ \vec{\mathbf{0}} & \mathbf{m}_R \end{pmatrix}, \mathbf{M}' = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \vec{\mathbf{0}} \\ \vec{\mathbf{P}}_\Delta & \mathbf{m}' \end{pmatrix} \dots (4)$$

$\vec{\mathbf{P}}_\Delta = \frac{\vec{\mathbf{P}} - m \vec{\mathbf{D}}}{1 - \mathbf{D}^2}$, $\vec{\mathbf{P}} = \frac{1}{m_{00}} [m_{10} \ m_{20} \ m_{30}]^T$ \mathbf{M}' の 3x3 行列 \mathbf{m}' については次の関係が成り立つ。

$$\mathbf{m}' = m_\Delta \mathbf{m}_R \dots (5)$$

一方、 $\mathbf{m}' (\mathbf{m}')^T$ の固有値が求まると m_Δ は次式から求まる。

$$m_\Delta = \pm [\mathbf{m}' (\mathbf{m}')^T + (\sqrt{\lambda_1 \lambda_2} + \sqrt{\lambda_2 \lambda_3} + \sqrt{\lambda_3 \lambda_1}) \mathbf{I}]^{-1} \times \left[(\sqrt{\lambda_1} + \sqrt{\lambda_2} + \sqrt{\lambda_3}) \mathbf{m}' (\mathbf{m}')^T + \sqrt{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3} \mathbf{I} \right] \dots (6)$$

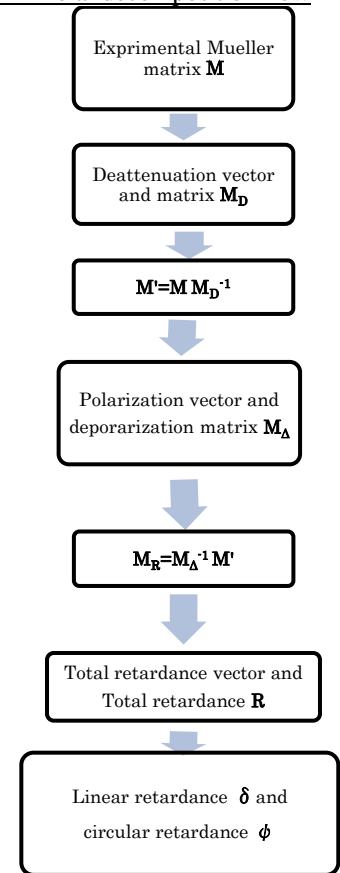
ここで、 \pm は \mathbf{m}' の行列式と同符号をとる。また、(5) の関係を用いると \mathbf{M}_R が求まり、回転に関するパラメータを求める事ができる。

$$\mathbf{R} = \cos^{-1} \left\{ \frac{\text{tr}(\mathbf{M}_R) - 1}{2} \right\} \dots (7) \quad \mathbf{r}_i = \frac{1}{2 \sin \mathbf{R}} \sum_{j,k=1}^3 \epsilon_{ijk} (\mathbf{M}_R)_{jk} \dots (8)$$

$$\delta = 2 \cos^{-1} \left\{ \sqrt{\mathbf{r}_3^2 \left(\mathbf{1} - \cos^2(\mathbf{R}/2) \right) + \cos^2(\mathbf{R}/2)} \right\} \dots (9)$$

$$\psi = \cos^{-1} \left\{ \frac{\cos(\mathbf{R}/2)}{\cos(\delta/2)} \right\} \dots (10) \quad \theta = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left\{ \frac{\mathbf{r}_3}{\mathbf{r}_2} \right\} \dots (11)$$

Table 1 Polar decomposition flow²⁾



3. 実験と考察

Mueller matrix 観測: 偏光散乱光測定装置⁴⁾を製作し、PSGとPSAの偏光状態を適宜組み合わせで偏光状態を観測し、Mueller Matrixを求めた。データ処理の結果 Mueller matrix 画像例(m01)としてFig.1(a)のようなパターンが観測される。パターンを中心部の欠落はミラーに開けた孔と直接反射の強い入射を避けるためのOptical maskの像である。装置に起因する偏光度の不完全さを抑えるためPolarimeter (Pax5710-vis-T: Thorlab)を用いて補正した。測光量をCCDの線形感度内(2x10⁴カウント以内)に納まるようNDフィルターで(0.5~30秒露光)調整した。

試料; 供試プランクトンは珪藻類*Phaeodactylum tricorutum*(8~35 μm)で、紡錘形をしている(Fig 1(b))。比較に用いた試料は、標準粒子(直径0.5 μm polystyrene sphere ;Latex)を蒸留水に懸濁させたものと市販のホモジナイズド・ミルク(平均直径は0.726 μm、個数は89 x 10⁹/ml)である。

Mueller Matrix Decomposition 結果: Table 2は観測画像(半径1.6 cmの円周上の光強度平均値)から求めた4x4 Mueller matrix **M**とこれにMatrix decompositionを適用して得られた**M_Δ**, **M_R**, **M_D**及び**M_R**から導かれるパラメータを示す。 δ, ψ, θ は各々直線位相遅れ、旋光位相遅れ、水平軸に対する速軸の傾きを示す。

旋光性を示す ψ の値は0.115(radian)であり、この値は同様に計測した Latex では0.022、ミルクでは0.05である。供試 Plankton はこれらより大きな値を示していることから旋光性を持つと推定される。また、複減衰効果は次式から計算され、 $d = \frac{1}{M_D(00)} \sqrt{M_D(01)^2 + M_D(02)^2 + M_D(03)^2} = 0.24$ であった。

4. おわりに

我々はこれまで後方散乱を用いて Mueller matrix imaging による計測を行い、要素に及ぼす粒子径、濃度の影響を実験的に調べてきたが、多くの場合 Mueller matrix の非対角要素の光強度は弱く、要素から直接光学活性度の影響を抽出することは困難であった。Mueller matrix 要素全体4x4を対象としてMatrix decomposition法を用いて分析すれば旋光特性を分離できる可能性が示された。今後、計測手法の精度向上と高速化を図り、Planktonの成長過程を計測する予定である。

参考文献

1. Shih-Yau Lu and R.A.Chipman, J.Opt.Soc.Am.A/Vol.13, No.5(1996)
2. S.Manha et al. OPTICS EXPRESS, Vol.14, No.1(2006)
3. N.Ghosh et al. Optics Communications 283(2010)1200-1208
4. S. Yamagishi and T. Murayama, H.Arakawa, Proceedings of 30thLSS, Shodoshina-Kagawa-ken 2012
5. C.F. Bohren, and D.R. Huffman. "Absorption and Scattering of Light by Small Particles" Wiley-VCH, 199

Fig. 1 Measured Mueller matrix element of m_{02} for plankton sample (*Phaeodactylum*) in backscattering geometry and its image.

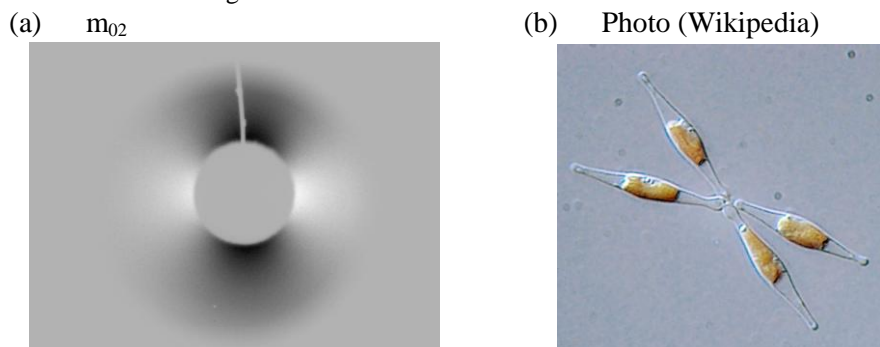


Table 2 Measured Mueller matrix and the decomposed components and polarization parameters for plankton (Fig 1) sample in backscattering geometry.

$$\begin{pmatrix} 1 & -0.242 & 0.003 & 0.051 \\ -0.011 & 0.030 & -0.001 & -0.003 \\ 0.014 & 0.002 & 0.029 & -0.004 \\ 0.002 & 0.028 & 0.005 & 0.002 \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} \delta & 0.811 \\ \psi & 0.115 \\ \theta & -0.091 \end{matrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ -0.235 & 0.026 & 0.001 & 0.0217 \\ 0.003 & 0.001 & 0.034 & 0.006 \\ 0.058 & 0.022 & 0.006 & 0.027 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.694 & -0.220 & -0.685 \\ 0.0 & 0.039 & 0.962 & -0.269 \\ 0.0 & 0.719 & 0.160 & 0.676 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & -0.242 & 0.002 & 0.051 \\ -0.242 & 0.875 & 0.0 & -0.002 \\ 0.002 & 0.0 & 0.868 & 0.0 \\ 0.051 & -0.001 & 0.0 & 0.868 \end{pmatrix}$$