

# 電気回路ブラックホールレーザーの理論

片山 春菜<sup>1</sup>

<sup>1</sup>広島大学大学院先進理工系科学研究科 (〒739-8521 広島県東広島市鏡山 1-7-1)

## Theory of Black Hole Laser in Electric Circuits

Haruna KATAYAMA<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Hiroshima Univ., 1-7-1 Kagamiyama, Higashihiroshima, Hiroshima 739-8521

**Abstract:** We propose a black hole laser in the Josephson metamaterial transmission line to amplify weak Hawking radiation. We show the existence of a phase soliton that obeys the nonlinear Schrödinger equation in the transmission line. The velocity of the electromagnetic wave inside the soliton is modulated by the Kerr effect, resulting in the creation of two event horizons that behave as a resonator. It is found that the soliton operates as a squeezed-state entanglement laser by considering nonlinear mode conversion at the horizons.

**Key Words:** Black Hole Laser, Hawking Radiation, Superconducting Transmission Lines, Parametric Amplifications.

### 1. はじめに

自然界の力を統一する“万物の理論”構築において、重力の統一が残されている。これには量子論と相対論の統合が必須であり、重力に関わる量子効果を検証することが、統合を図る鍵となる。ホーキング放射は、不確定性原理より対生成された粒子が、光でさえ脱出できないブラックホールから放射される現象で（図 1 参照）、その観測は統合に向けた試金石となる。しかし、現実のブラックホールでは、宇宙背景放射よりも極めて小さいため、未だ観測されていない。

そこで、実験室系で擬似的に作られたブラックホールを用いたホーキング放射の観測法の提案がなされている<sup>1,2)</sup>。これまでに我々は、ジョセフソン伝送線路において、電流ソリトンがブラックホールとして振舞い、ホーキング放射が既存技術で観測可能であることを明らかにした<sup>3-6)</sup>。本講演では、ホーキング放射をさらに増幅する方法として、ブラックホール・ホワイトホール対が共振器として振舞うブラックホールレーザーについて報告する<sup>7)</sup>。



Fig. 1: A black hole is a curved space-time from which nothing can escape. However, a particle created by pair-production near the event horizon is emitted quantum-mechanically as Hawking radiation.

### 2. 電気回路における擬似的ブラックホール

#### 2.1 ブラックホールの鯉の滝登りモデル

ブラックホールは、強い重力のために物質だけでなく光でさえ脱出できない天体である。このブラックホールを実験室系で擬似的に創生する基本的な考え方は、流動システムにおいて流速が空間的に変化するように設計することである<sup>1)</sup>。例えば、滝登りをする鯉をイメージすると理解しやすい。図 2 は、滝の近傍の様子を表している。滝の上流では、流れも穏やかで、鯉はすいすい泳ぐことができる。ところが、滝の近くでは、水流が激しくなり、鯉は流れに逆らって泳ぐことができず、ついには流されてしまう。したがって、どこかにその境界があり、その境界がブラックホールの「事象の地平線」に対応し、流れに逆らって泳ぐことができない下流領域が、ブラックホールに対応する。つまり、擬似的なブラックホールの創成には、滝のように空間的に流速が変化するシステムが必要である。

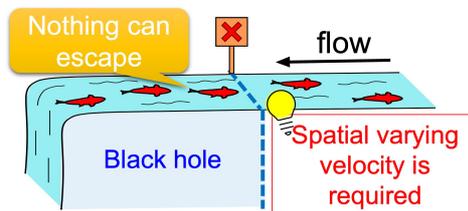


Fig. 2: A spatially varying velocity is required for creating an analogue black hole. The idea is explained by carp climbing up a waterfall. There is an unreturnable point across which carp cannot escape because of the fast flow.

## 2.2 電気回路とブラックホール

電気回路で擬似的なブラックホールを創生する際は、水の流れは一定で、鯉の泳ぐ能力が空間的に変化するような回路を設計する<sup>2)</sup>。川の流れと鯉の空間依存性が逆になり、立場が変わるので注意したい。図3上部に示すように、静水での鯉が泳ぐ速度と水流速度のベクトルを足し合わせたベクトルは、水流中での鯉の速度を表す。空間依存性の役割が逆転している場合でも、下流部分で鯉は水流に流され、抜け出せず、ブラックホールが形成されることがわかる。鯉に対応する回路中を伝播する電磁波の速度 $c$ は、回路の単位長を $a$ として、回路を特徴付けるインダクタンス $L$ と静電容量 $C$ で $c = a/\sqrt{LC}$ と決まる。したがって、 $L$ と $C$ のどちらかが場所によって変われば、電磁波（鯉）が伝播する能力が空間的に変化するようになる。図3下部は、電磁波の空間変化を表している。回路に一定の流れ（参照波）を導入することによって、それと電磁波の速度が一致するところが、回路における「事象の地平線」となる。

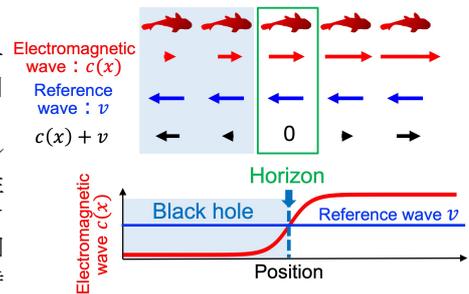


Fig. 3: The electromagnetic-wave velocity depends on the position, while the reference-wave velocity is fixed. The horizon is defined as a point where  $c(x_H) = v$ .

## 3. 回路ソリトンと電気回路ブラックホール

### 3.1 ソリトン

以上の通り、電気回路の中にブラックホールを作るには、伝播する能力が空間的に変化する電磁波（鯉）と一定の流れが要請される。これを同時に可能にするのが、回路ソリトンである。ソリトンは、非線形分散媒質中を伝播する孤立波である。一般に分散媒質では、波長分散のため、伝播と共に波束（波の塊）は広がる。これは、波束がいろいろな波長の波によって形成されていて、各波長に対応する波の速度が異なるためである。これを波長分散という。一方、媒質の非線形性は、波束をシャープにする性質がある。いずれの効果も単独では、波束の伝播と共にその形を大きく変化させてしまう。しかし、それらがバランスすると一定の速度で安定に伝播するソリトンと呼ばれる孤立波が生まれる（図4参照）。ソリトン同士は衝突しても、何もなかったかのようにすり抜けるという特別な性質をもっているため、通信などで利用されている<sup>3)</sup>。この一定の速度で伝播するソリトンは、回路ブラックホールにおいて、一定の流速の川の役割を担う。同時に、局所的に非線形性が増強するソリトンは、回路パラメータを空間的に変化させることができ、ブラックホール形成に必要な要請を満足する。

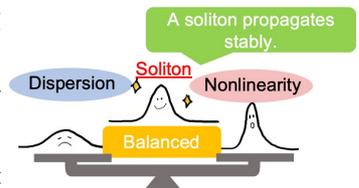


Fig. 4: A soliton is a solitary wave formed by balancing the dispersion and nonlinear effects and propagates stably without changing the shape.

### 3.2 電気回路ブラックホール・ソリトン

ジョセフソン接合を含む超伝導伝送線路では、インダクタンスはジョセフソン効果により、接合を流れる電流 $I$ に対して  $L(I) = L_J/\cos(\sin^{-1} I)$  で与えられ ( $L_J$ はジョセフソンインダクタンス係数)、非線形性を示す。この非線形性が、回路に内在する波数分散と釣り合ったとき、ソリトンが形成されると期待される。実際、回路方程式をもとに、通減摂動法によりそれに内在する波動（ソリトン方程式）を抽出することができる。図5(a)の回路では、電流は modified Korteweg-de Vries 方程式に従う電流ソリトン(図5(b))として回路を伝播し、一定の流れを与える。同時に、ソリトンは、局所的に変化する電流によりインダクタンスを空間的に変調し、図5(c)に示すように空間的に変化する電磁波（鯉）を作り出す<sup>3)</sup>。電磁波速度とソリトン速度が一致したところが、事象の地平線となる。この二つの事象の地平線は、ソリトン速度で回路中を伝播していく。

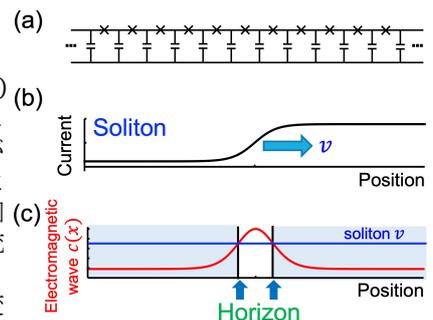


Fig. 5: (a) Josephson transmission line. The cross indicates a Josephson junction. (b) A current soliton propagating at the velocity  $v$ . (c) The velocity of the electromagnetic waves  $c(x)$  and the soliton  $v$ . Two horizons occur at  $c(x) = v$ .

### 3.3 電気回路における擬似的ホーキング輻射

回路ブラックホールにおいてもホーキング輻射が期待できる。ただし、量子力学的ゆらぎによって対生成される必要があるため、古典的な回路ではホーキング輻射は起きない。そこで、ジョセフソン接合に帯電する電荷と位相差 $\phi$ が、不確定性原理によってゆらぐほど微小にする必要がある。  $1\mu\text{m}^2$ 以下の面積を持つ接合では、 $C \sim 10^{-15}\text{F}$ となり、量子力学的ゆらぎが顕著になることが知られている。これは、超伝導体を用いた量子コンピュータの基本要素である量子ビットの構成と同程度である。した

が、このスケールでは、位相差の時間揺らぎと空間揺らぎが、それぞれ、ジョセフソンの関係により電場 ( $\partial_t \phi \sim E$ ) と磁場 ( $\partial_x \phi \sim H$ ) に関係しているので、量子力学的ゆらぎにより電磁波の対生成が起こる。

このように生まれた電磁波は、ホーキング輻射となってソリトンから射出されることになる。我々は、ホーキング輻射が事象の地平線をトンネル効果によってブラックホールから放出されるとするトンネル・モデルを用いて、その観測可能性をホーキング温度によって評価した。ホーキング輻射を黒体輻射と見做した場合、恒星質量クラスのブラックホールでは、宇宙背景輻射温度 3K よりも極めて小さい 100 万分の 1K 程度で、観測はほぼ絶望的である。これに対して、我々の得た結果は mK のオーダーで十分観測可能である<sup>3)</sup>。

#### 4. 電気回路ブラックホールレーザー

電気回路を用いることによって、実際のブラックホールでは観測困難なホーキング輻射が観測可能であることを述べた。回路パラメータなどの最適化により観測可能性が広がるが、更なる発展として、微弱なホーキング輻射自身を増幅することは観測に有効であると考えられる。これまで、二つの事象の地平線を利用したブラックホールレーザーが実際のブラックホールに対して考案されている<sup>9)</sup>。しかし、擬似的ブラックホールが考案されて 20 年以上経過するが、電気回路においてブラックホールレーザーは考案されていないかった。今回、初めて電気回路でブラックホールレーザーを構成する方法が明らかになったので報告する<sup>7)</sup>。

##### 4.1 ブラックホールレーザーの概念

レーザーは、反転分布状態にある物質の誘導放出が連鎖的に起こることによる光の増幅放射である。このレーザー現象をホーキング輻射の増幅に利用する際、ホーキング輻射が物質の反転分布状態に起因したものではなく、真空ゆらぎによって生成されたことに注意する必要がある。すなわち、ホーキング輻射の増幅では、真空ゆらぎの誘導増幅を行うことになる。また、位相の揃った指向性の高い光を作り出すのに共振器は有効であるが、回路ブラックホールにおいて、共振器をいかに構成するかが課題となる。

##### 4.2 真空ゆらぎの誘導増幅

ホーキング輻射は、不確定性原理に基づく真空ゆらぎから対生成される粒子・反粒子が事象の地平線を越えて放射される現象である。これは、対生成した粒子・反粒子が対消滅する前に電場によって引き離され実粒子化する Schwinger 効果<sup>10)</sup>と同種の量子過程と理解される。回路ブラックホールでは、ちょうど回路ソリトンが局所電場（擬似的重力場）を提供し、真空から Schwinger 対生成が起こる。そして、回路ソリトンの内部では、非線形ジョセフソン・インダクタンスを通して非線形光学効果の一つである量子パラメトリック増幅により、真空ゆらぎの誘導増幅が起こる。これが、通常のレーザーにおける反転分布状態からの誘導放射に対応する。

##### 4.3 二つの事象の地平線による共振器

位相の揃った指向性が高く増幅効果を高めるためには共振器は不可欠である。しかし、回路ブラックホールを二つの鏡で挟む必要はない。境界である事象の地平線を鏡として用いれば良い。二つの事象の地平線を共振器とするには、その間を行き来するような波束を考える必要がある。回路中での電磁波は分散関係に支配され、回路中に存在する電磁波モードが決定される。

図 6 は、(a)従来の伝送線路と(b)メタマテリアル伝送線路の分散関係を表している。オレンジ色の線と緑色の線は、それぞれ、二つの事象の地平線の外側と内側の分散関係を表しており、分散関係はソリトンの存在によって変調されていることがわかる。また、青色の線は、ソリトン・モード（水流  $v$ ）を表す。分散曲線と直線との交点が、回路に実現される電磁波モードである。ソリトン速度で右に進む座標系 ( $\eta = x - vt$ ) において、各モードは、電磁波の分散曲線の傾きが、直線の傾きより大きい場合は右に、小さい場合は左に伝播する。

図 6(a)では、実現されるモードが二つの事象の地平線の内外に関わらず一つしかない。これでは共振器の間を往復することができない。これがブラックホールレーザー実現に向けての課題であった。しかし、図 6(b)のメタマテリアル送線路では、二つの事象の地平線の間には 3つのモードが存在することがわかる。事象の地平線の外側では、実現されるモードは一つ ( $k_T$ ) で、オレンジ線の傾きは青線より小さく、左に流されているモードである。一方、事象の地平線の間では、 $k_P$ ,  $k_N$ ,  $k_{IN}$  の 3つのモードが存在する。 $k_P$  と  $k_N$  は左に進むモードであるのに対して、 $k_{IN}$  は右に進むモードである。これらのモードを組み合わせると、共振器内で往復する電磁波モードが形成される。

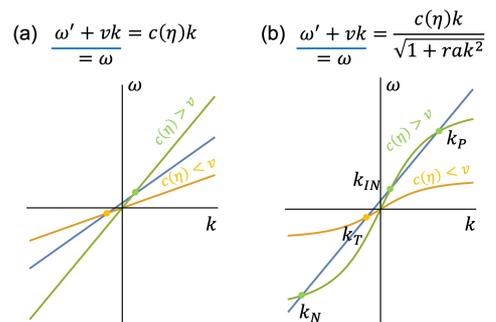


Fig. 6: Graphs of the dispersion relation (the orange line for  $c(\eta) < v$  and the green line for  $c(\eta) > v$ ) and the doppler effect (blue line). (a) is for a Josephson transmission line indicated in Fig. 5, and (b) is for a transmission line with metamaterial elements.  $\omega$  ( $\omega'$ ) is the frequency in the laboratory (comoving) frame.

#### 4.4 電気回路ブラックホールレーザー

ブラックホールレーザーを実現のために、メタ材料要素を取り入れた図 7(a)のような回路を考案した<sup>7)</sup>. この回路では、非線形シュレディンガー方程式に従うソリトンが存在する. このソリトンは、非線形 Kerr 効果によって、回路中の屈折率を $\delta n$ だけ変調し(図 7(b)), 二つの事象の地平線が形成される(図 7(c)). メタ材料要素を導入したことによって、図 6(b)で示すような $\omega = c(\eta)k/\sqrt{1+ra^2k^2}$ という分散関係になり、共振器内で往復する電磁波モードが可能である. ここで、 $r = C_{lh}/C_{rh}$ は左手系 $C_{lh}$ と右手系 $C_{rh}$ のキャパシタンスの比、 $a$ は回路の単位長である.

図 8 は、ブラックホールとホワイトホールの事象の地平線の間で、前節で述べたモードがどのように時間発展するのかを示している. 正の振動数を持つモード $k_P, k_{IN}$ は粒子に、負の振動数を持つモード $k_N, k_T$ は反粒子に対応する. ブラックホールの事象の地平線近傍で真空ゆらぎによって対生成した粒子と反粒子のペアは、粒子 $k_{IN}$ はホーキング粒子として射出される一方、反粒子 $k_T$ は、ブラックホールの中に落ちていく.  $k_{IN}$ は境界でモード変換を受け $k_P, k_N$ に変換される. これらが、ブラックホールの境界面に辿り着いた時、非線形モード変換によって $k_T, k_{IN}$ に変換される. ここで、回路ブラックホールではジョセフソン効果の非線形性由来する Kerr 効果により非線形モード変換を受けると同時に、パラメトリック増幅過程により増幅される. この過程が繰り返される間に、ホーキング輻射は増幅され、レーザー発振する.

ここで得られたホーキング輻射のレーザー現象には、二つの特徴がある. 一つは、非線形光学過程によるモード変換に基づいていることから、得られたレーザーはスクイーズド状態であることである. もう一つは、ホーキング輻射の起源が真空ゆらぎに由来し、そのパートナー輻射との間で量子相関を持つことから、エンタングルメント・レーザーであることである.

#### 5. まとめ

本講演では、“万物の理論”構築へ向けて必須である量子論と相対論の統合問題に対して、その鍵となるホーキング輻射の検証に向けた取り組みの一端である電気回路ブラックホールレーザーの理論の現状を報告した. その理論の基盤は、レーザー理論の基礎である誘導放射の概念を反転分布状態から真空ゆらぎへと拡張し、その増幅に関しては量子パラメトリック増幅機構を自然な形で取り込んだ. また、高いコヒーレンスを補償する共振器を事象の地平線によって構成した. 得られたレーザーは、スクイーズド・エンタングルメント・レーザーとして振る舞うことがわかった. これはホーキング輻射の検証に有効であるばかりでなく、最近進展している量子情報科学への応用が期待できる.

#### 謝辞

本研究実施にあたり、宇宙論から電気回路まで幅広い分野について議論していただいた畠中憲之教授、石坂智教授、Miles P. Blencowe 教授、藤井敏之博士に感謝する. また、本研究は、科学研究費補助金(22K03452)の支援によってなされた.

#### 参考文献

- 1) W. G. Unruh: Phys. Rev. Lett. **46**, 1351 (1981).
- 2) P. D. Nation, M. P. Blencowe, A. J. Rimberg, and E. Buks: Phys. Rev. Lett. **103**, 087004 (2009).
- 3) H. Katayama, N. Hatakenaka, and T. Fujii: Phys. Rev. D **102**, 086018 (2020).
- 4) H. Katayama, S. Ishizaka, N. Hatakenaka, and T. Fujii: Phys. Rev. D **103**, 066025 (2021).
- 5) H. Katayama: IEEE Transactions on Applied Superconductivity **31**, 1 (2021).
- 6) H. Katayama, N. Hatakenaka, and K. Matsuda: Universe **7**, 334 (2021).
- 7) H. Katayama: Scientific Reports **11**, 19137 (2021).
- 8) A. Hasegawa and F. Tappert: Appl. Phys. Lett. **23**, 142 (1973).
- 9) S. Corley and T. Jacobson: Phys. Rev. D **59**, 124011 (1999).
- 10) J. Schwinger: Phys. Rev. **82**, 664 (1951).

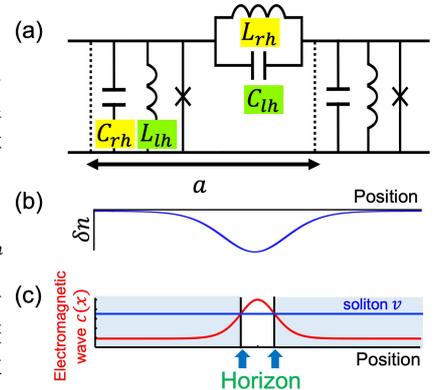


Fig. 7: (a) A Josephson transmission line with metamaterial elements. (b) The refractive index modulation  $\delta n$  is caused by the soliton. (c) The electromagnetic wave-velocity depends on the space, resulting in two horizons.

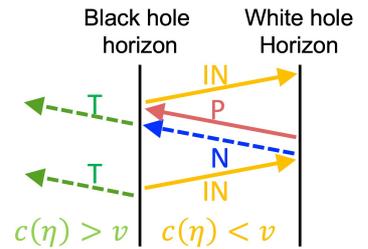


Fig. 8: Sketch of the mode propagation between two horizons. The solid (dotted) line represents particle (antiparticle) mode.