

Optimum design of a free-space optical communication link in the presence of jitter

豊嶋守生 高橋伸宏 城野隆 倉伸宏 大日向幸一 小林克人 山脇敏彦 中川敬三 山本昭男

Morio Toyoshima, Nobuhiro Takahashi, Takashi Jono, Nobuhiro Kura, Kouich Ohinata, Katsuhito

Kobayashi, Toshihiko Yamawaki, Keizo Nakagawa, and Akiyo Yamamoto

宇宙開発事業団 OICETS プロジェクトチーム

OICETS Project Team, National Space Development Agency of Japan

The average bit error rate of optical communication systems is considered in the presence of random angular pointing jitter. The received power and the BER in the absence of jitter are reviewed and then the average BER is obtained in the presence of circularly symmetric, normally distributed jitter by using the probability density function of the optical signal. By minimizing the power penalty for average BER, the optimum ratio of the divergence angle of the laser beam to the random angular jitter at the desired BER is obtained. For example, the optimum link budget is designed in the presence of random pointing jitter.

### 1. まえがき

光の波長は  $\mu\text{m}$  オーダであり、これを空間光通信ビームに用いると数  $\mu$  ラジアン程度のビーム広がり角で非常に狭いビームを送信することができる。光衛星間通信システムにおいてある指向精度を実現した場合、レーザ送受信器からの送信ビーム広がり角は、その指向精度より十分小さくしなければ送信光強度は著しく減少してしまう。送信光強度は、送信ビーム広がり角を広くすることで指向精度に対しては影響が緩和されるが、一方で、送信電力を低下させてしまう。よって、ある指向精度におけるビーム広がり角の影響を定量的に評価するのは最適な通信システムを設計するのに重要である。本稿では、平均ビット誤り率(BER)に対してこれらの最適な関係を導出し、光通信回線の最適な設計手法を検討したので報告する。

### 2. 指向誤差がない場合の受信電力と BER

定義として  $1/e^2$  のビーム幅を持ち、ビーム広がり角  $w_0$  として送信電力  $P_t$  のガウスビームを考える。指向誤差が存在しない場合、波長  $\lambda$ 、伝搬距離  $R$  としてファークフィールドでの送信方向  $\theta$  における照度は次式で表される。[1-3]

$$I^0(\theta, R) = \frac{P_t \tau_t}{R^2} \frac{2}{\pi w_0^2} \exp\left(-2 \frac{\theta^2}{w_0^2}\right) \quad (1)$$

ここで、 $\tau_t$  は送信器の光学損失である。受信器

における受信光電力は次式で得られる。

$$P_r = I^0(\theta, R) A_r \tau_r \quad (2)$$

ここで、 $A_r$  は受信開口面積、 $\tau_r$  は受信器の光学損失である。SN パラメータ  $Q$  で表される NRZ 強度変調・直接検出(IMDD)方式の通信システムにおいて、受信器の BER は次式で得られる。[4]

$$\text{BER}(Q) = \frac{1}{2} \text{erfc}\left(\frac{Q}{\sqrt{2}}\right) \quad (3)$$

ここで、 $\text{erfc}()$  は相補誤差関数である。指向誤差が存在しない場合には、式(3)により直接平均 BER を得ることができる。

### 3. 指向誤差存在下での受信電力と平均 BER

指向誤差  $\alpha(\text{rms})$  を伴って光ビームを送信すると、指向確率分布は仲上-ライス分布となり次式で得られる。[5-7]

$$p_j(\theta, \varphi) = \frac{\theta}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{\theta^2 + \varphi^2}{2\sigma^2}\right) I_0\left(\frac{\theta\varphi}{\sigma^2}\right) \quad (4)$$

ここで、 $\theta$  は指向誤差角度、 $\varphi$  はバイアス誤差角度、 $I_0()$  は第 1 種の修正 Bessel 関数である。この時、指向誤差角度としてその時間間隔を長時間の安定度として評価することが重要である。[8-10] ここでは、バイアス指向誤差は、光学システムとして校正されることを考慮し零と仮定する。即ち、指向確率分布はレイリー分布となり、次式に簡略化される。

$$p_j(\theta, 0) = \frac{\theta}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{\theta^2}{2\sigma^2}\right) \quad (5)$$

よって、受信光の確率分布  $P(I)$  はベータ関数となり、次式で得られる。[5,7,11,12]

$$p(I) = \beta I^{\beta-1} \text{ for } 0 \leq I \leq 1 \quad (6)$$

ここで、 $I$  は規格化受信強度、 $\bar{I} = \beta/(\beta+1)$  は平均値そして  $\beta = w_0^2/4\sigma^2$  である。それゆえ、指向誤差存在下での平均 BER (期待値) は、受信強度について期待値をとると次式で得られる。

$$\overline{\text{BER}}(Q_r) = \frac{Q_r(\beta+1)}{2} \int_0^1 I^{\beta-1} \operatorname{erfc}\left(\frac{IQ_r}{\sqrt{2}} \frac{\beta+1}{\beta}\right) dI \quad (7)$$

ここで、 $Q_r$  は所望平均 BER が  $a$  になる SN 比で、 $\overline{\text{BER}}(Q_r) = a$  を解くことにより得られる。Fig. 1 はこの要求 SN 比  $Q_r$  とビーム広がり角  $w_0$  と指向誤差  $\sigma$  の比に対する BER 特性を示している。この時、平均 BER に対する電力損失は次式で定義される。

$$L_j = \left( \frac{Q_r \Big|_{\text{BER}(Q)=a}}{Q_r \Big|_{\overline{\text{BER}}(Q_r)=a}} \right) \quad (8)$$

平均 BER は  $(w_0/\sigma) < 12$  において受信光の信号変動の影響が大きくなるため徐々に劣化し、電力損失  $L_j$  は増加する。[13]

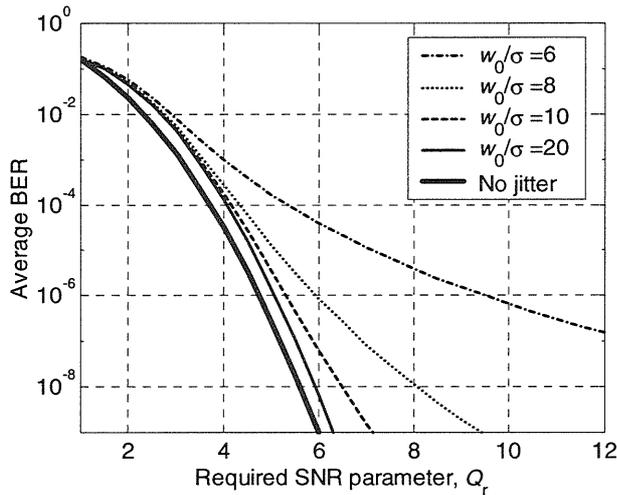


Fig. 1. Average BER characteristics as a function of the required SNR and the ratio of the beam divergence angle to the random jitter.

#### 4. 平均 BER に対する $w_0/\sigma$ の最適値

レーザの送信電力を一定とした場合、平均受信電力は  $w_0$  の 2 乗に反比例して小さくなる。指

向誤差存在下での受信器における平均照度は次式で定義される。

$$\langle I(0, R) \rangle = \frac{P_t \tau_t}{R^2} \frac{2}{\pi w_0^2} \frac{\beta}{\beta+1} L_j = I^0(0, R) \tau_t L_j \quad (9)$$

ここで、 $\tau_t = \beta/(\beta+1)$  は指向誤差による平均指向損失である。ビーム広がりによる受信強度の減少を考慮した合計の平均光受信強度は次式で表される。

$$L_p = -10 \log \left[ \frac{\langle I(0, R) \rangle}{\langle I(0, R) \rangle_{\text{BER}=10^{-6}, \text{max}}} \right] \\ \approx -10 \log P_t + 20 \log R \\ + 10 \log(w_0^2 + 4\sigma^2) - 10 \log L_j \quad (10)$$

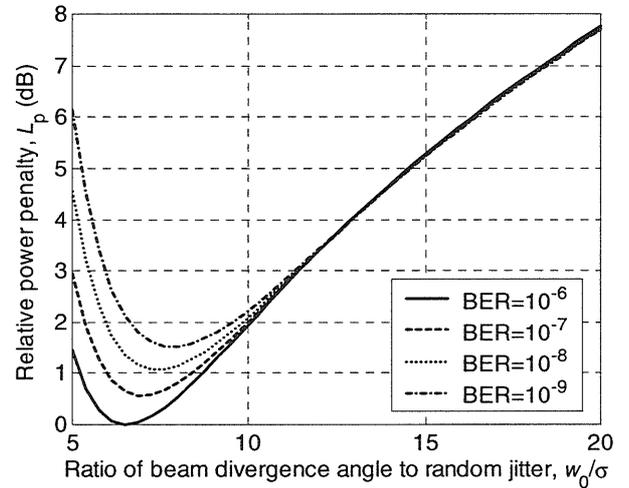


Fig. 2. Total power penalty for the optical link with respect to average BER as a function of the ratio of the beam divergence angle to the random jitter.

式(10)より、光回線における  $w_0/\sigma$  に対する平均 BER の送信電力劣化特性を Fig. 2 に示す。最小値を  $dL_p/dw_0=0$  の条件で解析的に解くことができないので、数値計算により求めた結果を Table 1 に示す。この時、距離  $R$ 、指向誤差  $\sigma$  及び送信電力  $P_t$  はビーム広がり角  $w_0$  に対して一定であると仮定した。また、これら指向ジッタ誤差と送信ビーム広がり角の最適値  $(w_0/\sigma)_{\text{opt}}$  の関係は、近似計算により  $10^{-12} \leq \overline{\text{BER}} \leq 10^{-2}$  の範囲において次の近似式により得られる。[13]

$$\left( \frac{w_0}{\sigma} \right)_{\text{opt}} = a_6 t^6 + a_5 t^5 + a_4 t^4 + a_3 t^3 + a_2 t^2 + a_1 t + a_0 \quad (11)$$

$$t = \log_{10}(\overline{\text{BER}}) \quad (12)$$

ここで、式(11)における係数  $a_i$  ( $i=0, 1, \dots, 6$ )を Table 2 に示す。Table 1 の数値計算結果と式(11)と(12)により得られる値は、 $10^{-12} \leq \overline{\text{BER}} \leq 10^{-2}$  の範囲において誤差 0.1 %以下で得ることができる。

Table 1. Optimum ratios of beam divergence angle to random jitter for each desired BER.

平均 BER	$(w_0/\sigma)_{\text{opt}}$
$10^{-2}$	4.12431
$10^{-3}$	4.85198
$10^{-4}$	5.47376
$10^{-5}$	6.02693
$10^{-6}$	6.53065
$10^{-7}$	6.99640
$10^{-8}$	7.43177
$10^{-9}$	7.84207
$10^{-10}$	8.23126
$10^{-11}$	8.60228
$10^{-12}$	8.95751

Table 2. Coefficients for the approximate expression describing the optimum ratio  $(w_0/\sigma)_{\text{opt}}$  for a desired average BER.

Coefficient, $a_i$	Value
$a_0$	2.05613e+00
$a_1$	-1.33146e+00
$a_2$	-1.92403e-01
$a_3$	-2.51125e-02
$a_4$	-2.02818e-03
$a_5$	-8.87644e-05
$a_6$	-1.60597e-06

## 5. 指向誤差存在下における光回線計算

### 5.1 光通信チャンネル

指向誤差存在下での平均受信光電力は次式で得られる。[1-3]

$$P_r = P_t \tau_i G_r L_r G_r \tau_r \tau_j L_j \quad (13)$$

$$G_r = \frac{8}{w_0^2} \quad (14)$$

$$L_r = \left( \frac{\lambda}{4\pi R} \right)^2 \quad (15)$$

$$G_r = \frac{4\pi A_r}{\lambda^2} \quad (16)$$

$$\tau_j = \frac{w_0^2}{4\sigma^2 + w_0^2} \quad (17)$$

$$L_j = \left( \frac{Q \Big|_{\text{BER}(Q)=a}}{Q_r \Big|_{\text{BER}(Q_r)=a}} \right) \quad (18)$$

ここで、 $\tau_j$ と  $L_j$ は指向誤差があるために本稿で新たに定義された統計的なパラメータである。もし距離  $R$ にどんな変化があっても、最適なビーム広がり角と指向誤差の比は式(11)と(12)から得られ、所望の平均 BER においてそれらの関係を最適にして適用することができる。

### 5.2 光捕捉追尾チャンネル

捕捉追尾回線においては、信号の変動によるフェード確率を考慮することが重要である。[14-16]指向誤差存在下での平均受信光電力は次式で得られる。

$$P_r = P_t \tau_i G_r L_r G_r \tau_r \tau_j \tau_{rs} \quad (19)$$

ここで、 $\tau_{rs}$ は光通信器の受光センサから見た追尾センサへの光学損失である。平均値からのフェードレベル  $F_T$ は、受信確率分布を考慮すると次式で定義される。

$$F_T = \frac{\beta+1}{\beta} P_F \frac{1}{\beta} \quad (20)$$

$P_F$ は追尾センサにおける所望フェード確率である。一方、サージレベル  $S_T$ も同様に定義され、

$$S_T = \frac{\beta+1}{\beta} (1-P_S) \frac{1}{\beta} \quad (21)$$

$P_S$ は追尾センサにおける所望サージ確率である。実際の軌道条件により、衛星間の距離が最小  $R_{\min}$  から最大  $R_{\max}$  まで変化する場合には、センサのダイナミックレンジは次式に収まるように設計する必要がある。

$$D_{\text{total}} = \frac{S_T}{F_T} \left( \frac{R_{\max}}{R_{\min}} \right)^2 \quad (22)$$

もし、上記範囲  $D_{\text{total}}$ を受信強度が逸脱する場合には、送信電力や光学的透過率に調節可能な機構を持つようなシステムにするなどの対処が必要となる。

Table 3. An example of the optical link budget.

項目	単位	フォワード	リターン
レーザ出力, $P_t$	dBm	30.0	30.0
送信ビーム直径	cm	4.8	4.8
ビーム広がり全角, $2w_0$	$\mu\text{rad}$	41.1	41.1
光学系損失, $\tau_t$	dB	-2.0	-2.0
ストレーラ比( $\lambda/10$ )	dB	-1.7	-1.7
指向損失, $\tau_j$	dB	-0.1	-0.1
送信利得, $G_t$	dB	102.8	102.8
空間損失, $L_r$	dB	-272.2	-272.2
受信アンテナ直径, $A_r$	cm	10.0	10.0
受信利得, $G_r$	dB	106.1	106.1
光学系損失, $\tau_r$	dB	-2.0	-2.0
受信電力, $P_r$	dBm	-39.0	-39.0
光受信器電力損失, $L_j$	dB	-2.0	-2.0
要求電力	dBm	-45.4	-45.4
通信回線マージン	dB	<b>4.4</b>	<b>4.4</b>
フェードレベル, $F_T(P_F=10^{-2})$	dB	<b>-1.0</b>	<b>-1.0</b>
サージレベル, $S_T$	dB	<b>0.3</b>	<b>0.3</b>

Table 4. Parameters used in Table 3.

項目	単位	フォワード	リターン
送信波長, $\lambda$	m	1.550E-06	1.550E-06
伝搬距離, $R$	m	5.00E+06	5.00E+06
送信出力, $P_t$	W	1.0	1.0
受信感度( $\text{BER}=10^{-9}$ )	photons/bit	90	90
伝送レート	bps	2.488E+09	2.488E+09
$(w_0/\sigma)_{\text{opt}}(\text{BER}=10^{-9})$	-	7.9	7.9
指向追尾精度, $\sigma$	$\mu\text{rad}(\text{rms})$	2.6	2.6
ビーム広がり角, $w_0$	$\mu\text{rad}$	20.5	20.5

### 5.3 光通信及び捕捉追尾回線計算例

Table 3 に、平均  $\text{BER}=10^{-9}$  において最適なビーム広がり角と指向誤差の比を用いた光通信回線の設計例を示す。ハッチング部分は、指向誤差が存在することを考慮して配分された項目である。また、Table 4 に Table 3 の回線計算で用いたパラメータ例を示す。計算手順としては、1)まず光通信システムとしてどの程度の指向誤差が実現できるかを最初に決定する。2)その後、最適比 $(w_0/\sigma)_{\text{opt}}$ を用いて最適ビーム広がり角を求め、3)最後に回線が成立するように送信電力等を調節することにより最適な回線設計を行うことができる。

## 6. まとめ

指向誤差存在下における最適なビーム広がり角と指向誤差の比を用いて、衛星間光通信における平均 BER を最適にする光通信回線を検

討した。光通信回線においては、従来の指向誤差の意味するところのものより、より統計的な取り扱いの電力損失を光通信器に導入し、平均 BER 特性を最小にする回線設計法を提案した。また、光捕捉追尾回線においては、指向誤差存在下における受信光確率分布によるフェード確率、サージ確率を考慮した回線設計の手法を提案した。これらは、将来の実用的な衛星間光通信における最適な回線設計に役立てることができる。

## 7. 参考文献

- [1] H. T. Yura, J. Opt. Soc. Am. A, **12**, 2, 375-379 (1995).
- [2] C. C. Chen, et. al., IEEE trans. on comm., **37**, 3, 252-260 (1989).
- [3] K. Araki, et. al., The review of Laser Eng., **24**, 12, 1264-1271 (1996).
- [4] G. P. Agrawal, *Fiber-Optic Communication Systems* (Second Edition, John Wiley & Sons, Inc, New York, 1997), Chapter 4.5.
- [5] K. Kiasaleh, Opt. Eng., **33**, 11, 3748-3757 (1994).
- [6] M. Toyoshima, et. al., Appl. Opt., **37**, 10, 1720-1730 (1998).
- [7] M. Toyoshima, et. al., Appl. Opt., **39**, 12, 1911-1919 (2000).
- [8] M. Toyoshima, et. al., Opt. Eng., **40**, 5, 827-832 (2001).
- [9] R. D. Nelson, et. al., Vol. **30** of SPIE Milestone Series, (SPIE Press, Bellingham, Wash., 1991), 218-228.
- [10] R. R. Hayes, Appl. Opt., **36**, 30, 8063-8086 (1997).
- [11] D. L. Fried, Appl. Opt., **12**, 2, 422-423 (1973).
- [12] P. J. Titterton, Appl. Opt., **12**, 2, 423-425 (1973).
- [13] M. Toyoshima, et. al., to be published in J. Opt. Soc. Am. A., (2002).
- [14] H. T. Yura, et. al., Appl. Opt., **22**, 3353-3358 (1983).
- [15] L. C. Andrews, et. al., Appl. Opt., **34**, 33, 7742-7751 (1994).
- [16] L. C. Andrews, et. al., Appl. Opt., **36**, 24, 6068 (1997).