

# 懸濁粒子の二次元後方散乱 Mueller matrix の測定：誤差の評価

Measurements of 2-dimensional Mueller matrix of turbid medium :effects of errors

山岸 進, 村山利幸

S. Yamagishi, T. Murayama

東京海洋大学

Tokyo University of Marine Science and Technology

## Abstract

This paper describes errors of backscattering Mueller matrix measurements for a turbid medium. The polarized back scattered image shows patterns with characteristic feature correspond to the turbid medium including concentration, size, and optical activity of particles. But images are sufficiently influenced by errors depend on misalignment, incorrectness of polarimetric components of measuring system. Errors of Mueller matrices are estimated and their corrections are tried.

### 1. はじめに

偏光の状態を Stokes-Vector で表し、偏光 S 状態が散乱により S' 状態へ変化する関係を 4 x 4 要素を持つ Mueller matrix を用いて表すことができる。散乱前後の偏光状態を観測することによって Mueller matrix を実験的に求め、試料の特性を調べる偏光の Mueller matrix を用いた計測は様々な分野で活用され多数の報告があり、基本である散乱過程についても多くの理論的研究がある<sup>3,4)</sup>。しかし、高濃度の懸濁試料の場合、粒子形状や多重散乱等未だ多くの問題が残されている。一方、実際の偏光測定においても詳細な検討が行なわれ、光の入射角、素子の偏光解消度、遅延等の精度が偏光状態に大きな影響を与えることが報告されている<sup>1)</sup>。本研究<sup>2)</sup>においても、偏光ビームを懸濁水面に照射し、散乱の 2次元画像から Mueller Matrix として求めると理論的に推測される対称性より強い非対角要素が観測されることに遭遇するため測定に及ぼす誤差要因についての検討することとした。実際の素子は必ずしも理想的な光学特性を持つものではなく、また光路設定の誤差も含まれている、このような光路設定誤差 (Misalignment)、素子の不完全さに起因する偏光解消度と遅延誤差等の影響を推定する必要がある。

### 2. 誤差の理論的推定

受光器における光強度は次式で表される。

$$I = D \cdot M \cdot X \dots\dots\dots(1)$$

ここで、M は試料の 4x4 Mueller matrix、X は入射光の 1x4 列 Stokes vector、D は受光に入る光 4 x 1 行 Stokes vector を示す。また、X<sub>0</sub>とD<sub>0</sub> をそれぞれの理想的な場合の Stokes vector とし、δXとδDを理想状態からの誤差分とすれば次式で表される。

$$I = (D_0 + \delta D) \cdot M \cdot (X_0 + \delta X) = D_0 \cdot M^* \cdot X_0 \dots\dots\dots(2)$$

一般的に、δXはエラーマトリックスが理想的な入射X<sub>0</sub>に作用したものととしてδX=δm<sub>x</sub>・X<sub>0</sub>で表される。受光側も同様にδD=D<sub>0</sub>・m<sub>d</sub>で表される。ここで、M\* は全ての誤差成分の影響が集約したものを考えて、次式となる。

$$M^* = (1 + \delta m_d) M (1 + \delta m_x) = M + \delta M_x + \delta M_d \dots\dots\dots(3)$$

従って、誤差を合わせて次式となる。

$$\delta M = \delta M_x + \delta M_d = M \delta m_x + \delta m_d M \dots\dots\dots(4)$$

**エラーマトリックス：** 偏光入射光X は無偏光入射光S<sub>0</sub>が角Pに設定した直線偏光素子を通して作るとき、

$$\text{入射光の Stokes vector } X \text{ は } X = P(P + \delta P) \cdot S_0 = R(-\delta P)P_0(P)R(\delta P) \cdot S_0 = R(-\delta P)X_0 \dots\dots(5)$$

となる。ここで、設定誤差 (Misalignment) をδPとし、R(δP)=1+δR(δP)とする。

誤差の部分抜き出したマトリックスは(6)である。

つまり、Misalignmentは微小角度δPの回転を作用させたものと同等と考えられる。受光側の微小角δAとすれば、両エラーマトリックスは

$$\delta R(\delta P) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2\delta P & 0 \\ 0 & -2\delta P & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \dots\dots\dots(6)$$

入射側δm<sub>x</sub>=δR(-δP)、受光側δm<sub>d</sub>=δR(δA)

となる。同様にして、偏光解消度およびπ/4波長素子を

含む場合のエラーマトリックスを求めることができる。ここで、Cは設定角度、δτは誤差、D<sub>c</sub>, D<sub>vc</sub>, D<sub>p</sub>は遅延素子、交差偏光、線形偏光素子の偏光解消度また添え字xは受光側を表す。

$$\delta m_x(C = \pm 45^\circ) = \begin{bmatrix} D_c + D_p & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2\delta C & \mp \delta \tau_c \\ 0 & 2\delta C & D_c - 2D_{vc} & \mp 2(\delta C - \delta P) \\ 0 & \pm \delta \tau_c & \pm 2(\delta C - \delta P) & 0 \end{bmatrix} \dots\dots(7)$$

従って、Mueller matrix の誤差分は(4)式から求めることができる。ミラーの場合（下記実験で測定）、Mueller matrix (4)式の M は(8)式となる。

ここで、 $\Delta = \phi_s - \phi_p$ 、

$\rho_{s,p}$ 、 $\phi_{s,p}$  はミラー材質固有の s 波、p 波に対応した反射係数および位相差を表す。

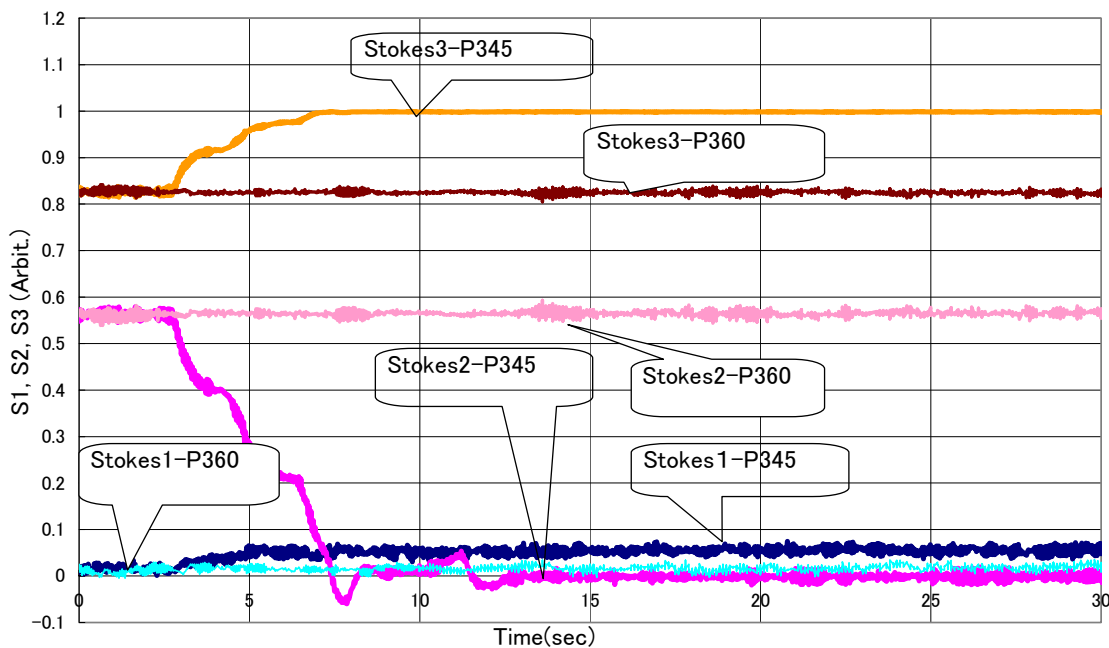
$$M = \begin{bmatrix} \rho_s^2 + \rho_p^2 & \rho_s^2 - \rho_p^2 & 0 & 0 \\ \rho_s^2 - \rho_p^2 & \rho_s^2 + \rho_p^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2\rho_s\rho_p \cos \Delta & -2\rho_s\rho_p \sin \Delta \\ 0 & 0 & 2\rho_s\rho_p \sin \Delta & 2\rho_s\rho_p \cos \Delta \end{bmatrix} \dots\dots(8)$$

### 3. 実験

製作した後方散乱測定装置<sup>2)</sup>は、He-Ne レーザを光源とし、光スポットの周辺をCCDカメラで記録するものである。ニュートラルフィルターで光量を調節して1~5秒露光しており、Speckle が問題とならないようなIncoherent 散乱画像である。素子のMisalignmentと偏光解消の影響を調べるため入射側の光学系で、直線偏光素子と $\pi/4$ 波長素子を用いて右旋回偏光を作り、3枚のガイドミラーを使って導きPolarimeter

(Pax5710-vis-T:Thorlab)で実測し、影響を調べた結果をFig. 1 に示す。図縦軸はStokes vector の測定値 S1, S2, S3 を、横軸は経過時間を示す。測定開始時（左端）より約3秒経過後に直線偏光素子を回転して、360度(0)から345度に回転すると完全な偏光 S3 = 1 になったことを示している。ミラーの特性特に入射角度の設定が大きな影響を与えることが示された。試料位置で偏光状態を確認することにより改善できる事が分かった。また、受光側はミラー1枚を介して入射側と同様な光学系を用いており、入射側実測値を基に誤差の影響を推定できる。

Fig.1 Correction of misalignment of Stokes vector: P360->P345



### 4. おわりに

水中懸濁粒子の後方散乱観測における誤差要因を検討し、実測に基づいて補正することができた。この手法を用いて偏光後方散乱計測の精度向上を図り、各種試料の測定結果と散乱モデルを用いた理論値の比較検討を行なう予定である。本研究は文部科学省科学研究費補助金(C)の援助を受けた。

#### 参考文献

- 1) Soe-Mie F. Nee, J. Opt. Soc. Am.A Vol. 20, No.8, 1651-1657(2003)
- 2) S.Yamagishi and T.Murayama, Proceedings of 26<sup>th</sup> LSS, Kitakyuusyuu-shi, 2008
- 3) M.J.Rakovic et al. Applied Optics Vol. 38, No. 15, 3399-3408(1999)
- 4) H. C. van de Hulst, "Light Scattering of Light by Small Particles" Dover, 1981