

薄層近似法による強い揺らぎにおけるビーム波の強度変動解析

Analyzing atmospheric fluctuation of beam wave in strong turbulence using the thin screen method

豊田雅宏 情報通信研究機構

Masahiro Toyoda National institute of information and communication technology

Abstract Beam wave fluctuated by atmospheric turbulence is described. Numerically calculation is conducted for beam wave fluctuation in strong turbulence regime using the thin screen method. Calculated value of second moment of wave amplitude (MCF: Mutual coherence function) are same as the past conventional results. Calculated results of variation of scintillation index as a function of turbulence intensity for a beam wave is drastically different from that for plane wave. There is no saturation region in variation of scintillation index of the beam wave.

1. はじめに

ランダム媒質中の波動伝搬に関しては半世紀以上に渡る研究が行われて以来、様々な状況における実験や、各種の理論的な検討がなされてきた¹⁾。この中で、大気揺らぎの解析法としては、揺動を摂動として扱ったRytov法が最も良く知られている¹⁾。この解析法は直観的な理解が容易であることに加えて、多くの実験結果の裏付けから支持されている。Rytov法では揺動を摂動として扱うことから、その適用範囲は弱い揺らぎと呼ばれるケースに限定され、摂動解析の範囲を超えた強い揺らぎについては、波動方程式の近似解法、Huygensの原理に基づく方法、エネルギー保存則を利用した手法、あるいは、経験的なモデル、さらに、計算機シミュレーションを組み合わせた方法等が提案されてきた。

しかしながら、ある特殊な場合(媒質揺らぎの最小サイズであるインナースケールよりビーム径が細かい場合)を除いて、強い揺らぎに関する理論が確立されていない。その最大の理由は、波動の伝搬に伴う多重散乱現象を数式で表現し、さらに、それを解析的に解くことが困難なためである。強い大気揺らぎを含めて、揺らぎ媒質中の波動伝搬の理解を深めることは、自然現象の解明のみならず、利用に向けての工学的な側面からも有用といえる。

本論では、強い揺らぎにおけるビーム波の薄層近似法(以下薄層法)による強度変動解析について述べる。薄層法は、揺らぎ媒質がスクリーン状に分布すると仮定した解析法で

あり、多重散乱の生起順序を考慮しなくて良いため数値的な解析が可能となる。これまでに、薄層法を用いて平面波の共分散の数値計算が行われ²⁾、また、薄層法による光強度モーメントの一般解がFuruhashi³⁾により示されている。この結果を基に、コリメートビームでの揺動について、揺らぎの強度を変えたときの、平均強度と強度分散を算出した。

2. 薄層法による揺動解析

解析手順の概略は以下ようになる。

(1) モーメント方程式

方物型の波動方程式を仮定し波動モーメントの満たす方程式を導く。

(2) 薄層近似

薄層においてのみ揺らぎが発生すると近似し、モーメント解の形を単純化する。

(3) 特性汎関数微分

ランダム量を表す、ある関数のモーメント(期待値)を求めるに当り、微分演算子を導入する。この演算子に対する特性関数を用いて、上述のモーメント解を表す。このとき、直接の関数展開が不可なため、フーリエ積分表示しGreen関数を用いた重ね合わせとして表す。

(4) デルタ関数の導入

Diracのデルタ関数の導入し、揺らぎのないときのモーメント解(平面波では1)と、揺らぎによる影響を結合させる。以上により、波動強度モーメントの一般解を導く。この解から波動強度の平均(波動振幅の2次モーメント:MCF)と分散を求め、シンチレーションインデックスを算出する³⁾。

図 1 にビームと揺らぎ媒質の位置関係を示す。送信点を $z=0$ 、伝搬長を z とする。 z_0 はビームウエスト位置、 b はビームウエスト半径 ($1/e$)、 z' は揺らぎ媒質から受光面までの距離、 $\Delta z'$ は揺らぎ媒質の厚さ、 ρ は受光面上でのビーム光軸からの距離である。さらに、 k を波数として、 $f^2 = 1 + \frac{(z+z_0)^2}{k^2 b^4}$ である。数値計算例として、

図 2 に揺らぎの強度を表す屈折率構造定数 C_n^2 [$\text{m}^{-2/3}$] をパラメータとしたビームの MCF を示す。送信点でのビーム中央の強度を 1 として規格化した。MCF は強い揺らぎの場合においても、弱い揺らぎに対して専ら用いられる Rytov 法と同様な結果が得られる。このとき、波長は $0.6 \mu\text{m}$ 、 $b=5 \text{mm}$ のコリメート送信とした。送信点に揺らぎ薄層があり、 $\Delta z'$ は 100m 、 z を 5km とした。数値積分における繰り返しの判定値の設定は積分値の凡そ 10 万分の 1 とした。図 3 に媒質揺らぎの強度を表す変数 $\eta = 1.46 C_n^2 k^{1/3} (2\pi k z')^{5/6} \Delta z'$ に対するシンチレーションインデックスの変化を示す。平面波と $b=5 \text{mm}$ のビーム波の軸上 ($\rho=0$) について算出した。伝搬の形状は図 2 の場合と同様である。平面波ではピークの後に 1 に漸近する飽和特性を示しており、ビーム波では、大気揺らぎとともに変動が漸増しており、明確な飽和を示していない。

3. おわりに

薄層法による解析は、強い揺らぎに対応できるため、有用であり、特に惑星大気の影響評価等では、直接に適応できる解析法といえる。薄層法によるビーム波の強度分散の算出は、筆者の知るところ初めてであり、価値があると考えられる。

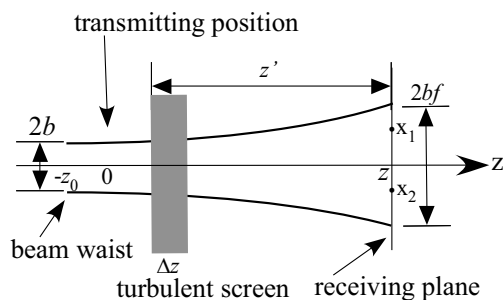


Fig. 1 A sketch of beam wave propagation.

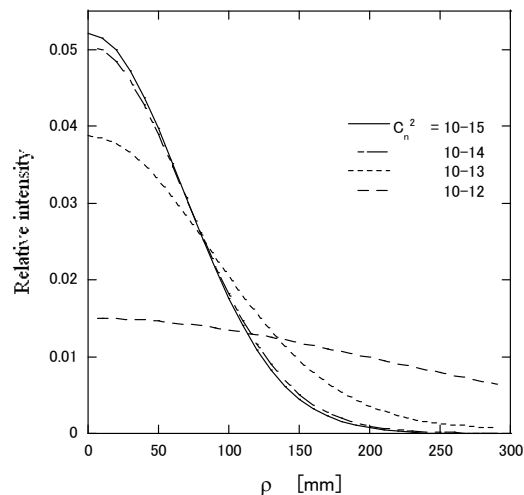


Fig. 2 Calculated MCF of collimated beam wave propagated 5000 m with 5 mm beam waist radius as a function of ρ for several value of C_n^2 [$\text{m}^{-2/3}$].

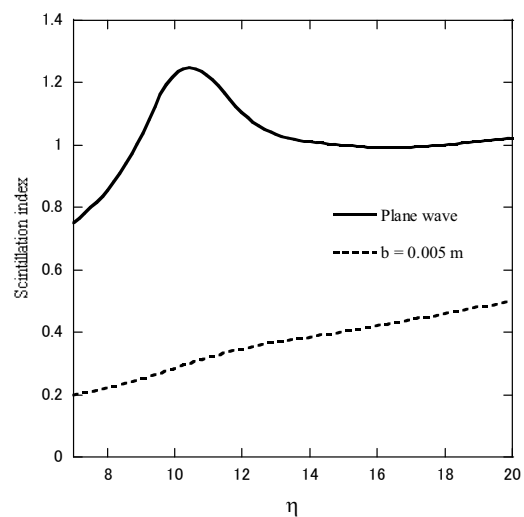


Fig. 3 Calculated scintillation index of collimated beam $b=5 \text{mm}$ and plane wave propagated 5000 m as a function of $\eta = 1.46 C_n^2 k^{1/3} (2\pi k z')^{5/6} \Delta z'$.

参考文献

1. V. I. Tatarski, "Wave propagation in a turbulent medium," McGraw-Hill, New York, 1961.
2. Y. Furuhashi, "Covariance of irradiance fluctuations propagating through a thin turbulent slab," Radio Science, vol.10, no.12, pp.1037-1042, 1975.
3. Y. Furuhashi, "Probability distribution of irradiance fluctuations of beam waves in a weakly turbulent atmosphere," Radio Science, vol.11, no.10, pp.763-773, 1976.