

# ミュラー行列画像による懸濁液の偏光解消度計測

山岸 進<sup>1</sup>、荒川久幸<sup>2</sup>、村山利幸<sup>1</sup>

<sup>1</sup>東京海洋大学 (〒135-8533 東京都江東区越中島 2-1-6)

<sup>2</sup>東京海洋大学 (〒108-8477 東京都港区港南 4-5-7)

## Mueller matrix imaging approach for the depolarization analysis of turbid media

Susumu Yamagishi<sup>1</sup>, Hiroyuki Arakawa<sup>2</sup>, and Toshiyuki Murayama<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Tokyo University of Marine Science and Technology, 2-1-6, Etchujima, Koto-ku, Tokyo 135-8533

<sup>2</sup>Tokyo University of Marine Science and Technology, 4-5-7, Konan, Minato-ku, Tokyo 108-8477

Abstract: Measurements of turbid media using a backscattering Mueller matrix imaging have been studied extensively in various fields. Mueller matrices play an important role in understanding of the polarimetric behavior of certain kinds of media. Proposed depolarization criteria, based on the Lorentz singular values of Mueller matrix are examined for backscattering measurements of turbid media.

Key Words: Turbid media, Mueller matrix, Depolarization

### 1. はじめに

ミュラー行列画像を用いた計測法は、in-situ 計測手段として生体、微粒子等の分野でも盛んに研究されている。ミュラー行列 ( $M$ ) には偏光に関する影響が総合された形で含まれており、因子の影響を分離評価するために、各種の行列分解法が提案されている<sup>1)</sup>。しかし、実験で得られたミュラー行列 ( $M_{exp}$ ) は測定誤差を含んでおり、これを評価する必要があると共に、どの行列分解法が適するかには  $M_{exp}$  の偏光解消度が重要な判断材料となる。本研究ではプランクトン等懸濁液の偏光解消度について新たな評価を試みた<sup>2)</sup>。

### 2. 理論

偏光の散乱特性は、4 要素からなるストークス・ベクトルと 16 要素からなるミュラー行列 ( $M$ ) を用いた線形関係(1)式で表すことができる。ここで、ストークス・ベクトルの添え字  $i$  は入射、 $s$  は散乱光を表す<sup>3)</sup>。

$$\begin{pmatrix} I_s \\ Q_s \\ U_s \\ V_s \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} & M_{14} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} & M_{24} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} & M_{34} \\ M_{41} & M_{42} & M_{43} & M_{44} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} I_i \\ Q_i \\ U_i \\ V_i \end{pmatrix} \dots (1)$$

もし、ミュラー行列変換によって入射光の全偏光度が、出力においても変わらない場合、この行列を non-depolarizing  $M$  (又は、Mueller-Jones Matrix) と云い。出力光が部分偏光または無偏光状態に変換される場合、depolarizing  $M$  と云う。これまでミュラー行列の偏光解消度指標として (2)式が広く用いられている<sup>3)</sup>。

$$P_{\Delta} = \sqrt{\frac{\text{tr}(M^T M) - M_{11}^2}{3M_{11}^2}} \dots (2)$$

ここで、 $\text{tr}()$  は行列の対角要素の和を表し、添え字  $T$  は転置行列を表す。

しかし、この指標は測定対象によってはエラーとなる場合がある事が指摘され、新たな指標が提案されている<sup>2)</sup>。

この理論によれば、ミュラー行列  $M$  を(3)式の行列積として表す。

$$M = M_2 M_{\Delta} M_1^T \dots (3)$$

$$M_{\Delta} = M_{\Delta d} = \text{diag}(d_1, d_2, d_3, d_4) \dots (4)$$

ここで、 $M_2, M_1^T$  は non-depolarizing 行列である。 $M_{\Delta}$  は(4)式の対角行列を表す。 $d_i (i=1,2,3,4)$  はローレンツ特異値で、 $\rho_i (i=1,2,3,4)$  の平方根である。 $\rho_i$  は行列  $N$  (5)式の固有値を表し、 $G$  はミンコフスキー計量 (6) 式を示す。

$$N = GM^T GM \dots (5)$$

$$G = \text{diag}(1, -1, -1, -1) \dots (6)$$

新たな 2 つのローレンツ偏光解消度指標 (Lorentz depolarization index) 第一を(7)式、第二を(8)式で表す。ここで、 $\rho_{\max}$  は(5)式 N の最大固有値を示す。

$$L1 = \sqrt{\frac{\text{tr}(N) - \rho_{\max}}{3\rho_{\max}}} \dots (7)$$

$$L2 = \sqrt{\frac{4\text{tr}(N^2) - \text{tr}^2(N)}{3\text{tr}(N^2)}} \dots (8)$$

L1=1 または L2=0 のとき、non-depolarizing M、L1=0 または L2=1 のとき、ideal depolarizer M と評価する。

### 3. 実験と考察

#### 3.1 Mueller matrix の計測

偏光散乱光測定装置<sup>4)</sup>を製作し、PSG と PSA の偏光状態を適宜組み合わせることで偏光状態を観測し、ミューラー行列画像を求めた。画像を数値化したミューラー行列として扱うためには、ビーム入射点を中心とした一定散乱角に相当する環状部分の光強度平均値を以て要素値とした。装置に起因する偏光度の不完全さを抑えるため Polarimeter (Pax5710-vis-T : Thorlab)を用いて補正した。

試料；供試プランクトンは珪藻類 *Phaeodactylum-tricornutum* (幅約 12  $\mu\text{m}$ , 長さ約 50  $\mu\text{m}$ ) で、紡錘形をしている。また、比較試料は市販のホモジナイズド・ミルク (平均直径は 0.726  $\mu\text{m}$ 、個数は 89 x 10<sup>9</sup>/ml) とシリコン板である。

#### 3.2 Depolarization 測定結果

Table 1 は観測画像 (半径 2 cm の円周上の光強度平均値) から求めたプランクトン試料 Pha-4 の 4 x 4 ミューラー行列 (Mexp) を示す。各要素は M11 で基準化した値である。

Table 2 に各試料の偏光解消度評価を示した。評価式 Gil Criteria は (2)式を示す。

Table 1 Mueller matrix of Pha-4

<b>1.</b>	<b>0.00446</b>	<b>-0.02382</b>	<b>-0.05777</b>
<b>-0.00213</b>	<b>0.7366</b>	<b>-0.01802</b>	<b>-0.02799</b>
<b>0.04303</b>	<b>-0.06572</b>	<b>-0.55677</b>	<b>-0.13854</b>
<b>0.01067</b>	<b>0.00028</b>	<b>0.148936</b>	<b>-0.3581</b>

参考値 Dep は(9)式で定義された直線偏光に関する偏光解消度である。

$$Dep = 1 - \frac{M_{22}}{M_{11}} \dots (9)$$

測定精度の目安とした Mexp の標準偏差行列のフロベニウス・ノルム(0.073)は小さく、試料はいずれも偏光解消度の無視できない媒体として扱える事が確認された。参考試料シリコン板は L1 が最も小さく、L2 は最も大きく、偏光解消度が高い事を示している。Milk は希釈度が 100 倍より 500 倍の方が偏光解消度の低い事が分かる。

培養試料は 1(0day),2(1day),3(7days),4(13days) の順に時間経過が長い。ほぼ、時間経過と共に偏光解消度が高くなっている事が示された。今回の実験では、いずれの偏光解消度指標も傾向はほぼ一致していた。行列分解を適用することにより、指標に及ぼす偏光特性の影響が明らかにされるであろう。

### 4. おわりに

後方散乱光に注目した方法は、測定対象を“その場”(In-situ) 計測する事に適しており、後方散乱ミューラー行列画像による方法は懸濁状態 (Plankton 等) をモニターする有効な方法と考えられる。ミューラー行列解析により、詳細な情報抽出できるようになると期待される。

### 参考文献

- 1) Shih-Yau Lu and R. A. Chipman, J. Opt. Soc. Am. A, 13 (1996) 1106
- 2) R. Ossikovski, J.O.S.A.-A, Vol.27, No.4, (2019) 808
- 3) J.J. Gil and E. Bernabeu, Opt. Acta 32, (1985) 259
- 4) 山岸、成田、荒川、村山、Lss32 予稿集
- 5) C. F. Bohren and D. R. Huffman, (Wiley, New York, 1983)
- 6) S.D. Druger, J. Czege, Z. Li and B.V. Bronk, Appl. Opt, 48 (2006) 716
- 7) F. Boulvert, G. Le Brun, B. Le Jeune, J. Cariou, L. Martin, Opt. Commun., 282(2009) 692

Table 2 Depolarization Criteria

Name	Gil Criteria	L1(7)	L2(8)	Dep
Pha-1	0.8571	0.8714	0.12159	0.0820
Pha-2	0.6882	0.6899	0.2450	0.2700
Pha-3	0.6076	0.6088	0.3110	0.3540
Pha-4	0.5228	0.5219	0.4132	0.4260
Silicone	0.1501	0.1464	0.9198	0.8286
Milk(x100)	0.2500	0.2285	0.8216	0.7181
Milk(x500)	0.5262	0.5191	0.4657	0.4104